

## Sulla prima <<definizione>> dell'Ottica di Euclide\*

Silvio M. Medaglia – Lucio Russo

Il testo della prima definizione<sup>1</sup>, nell'edizione canonica di Heiberg ( p. 2, 2-3), è presentato in questo modo <sup>2</sup>:

ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἐξαγομένας εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημα μεγεθῶν μεγάλων.

La parallela definizione, nella recensione di Teone, si presenta così ( p. 154, 4-6 Heiberg):

ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ὄψεις κατ'εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημά τι ποιούσας ἀπ'ἀλλήλων.

Occorre subito sottolineare che i concetti espressi da Euclide e da Teone intendono circoscrivere l'ottica all'interno dell'aspetto geometrico dei fenomeni: sono quindi estranei alla trattazione i fattori della luce e del colore, che condizionano la sensazione visiva. Inoltre la teoria dell'esistenza di intervalli tra i raggi visivi (almeno implicita nella I *def.* di Euclide, così come trasmessa dai codici, ed esplicita in quella della recensione di Teone ) sarà abbandonata dalla scienza posteriore e in particolare da Tolomeo per il quale vi era << la nécessité pour les rayons visuels d' être continus et non pas séparés >><sup>3</sup>.

Come si vedrà, la redazione del primo testo può dare adito a qualche dubbio dal punto di vista dell'esegesi, a proposito di quei genitivi che chiudono la frase: questi esprimono un concetto non accettabile e compatibile con la dottrina euclidea, quale è svolta nel trattato, né conciliabile con la recensione di Teone. Sarà quindi

---

\* La prima parte del contributo spetta a S. M. Medaglia, la seconda a L. Russo (Dip. di Matematica, Univ. Tor Vergata, Roma).

<sup>1</sup> Traduco, secondo tradizione, ὄροι con definizioni: in realtà si tratta di postulati, di assiomi, di 'ipotesi', di 'argomenti', sulla cui base si svolgerà la trattazione che segue attraverso la dimostrazione dei vari teoremi, che formano il testo dell'*Ottica* .

<sup>2</sup> Ved. I.L. Heiberg, *Euclidis Optica, Opticorum recensio Theonis, Catoptrica, cum scholiis antiquis*, Lipsiae 1895 ( = Heiberg ). Questa redazione nasce dal consenso dei codd. presi a base della costituzione del testo ( ved. Heiberg, pp. V-VI ).

<sup>3</sup> Ved. P. Ver Eecke, *Euclide. L'Optique et la Catoptrique*, Paris-Bruges 1938, p. XIV; cfr. A. Lejeune, *Euclide et Ptolémée. Deux stades de l'optique géométrique grecque*, Louvain 1948, p. 30 .

opportuno tracciare una breve storia dell'esegesi, partendo dall'interpretazione latina, che correda l'edizione di Heiberg<sup>4</sup> : << ponatur, ab oculo rectas ductas lineas ferri spatio magnitudinum immensarum >>.

Si tratta di una banale traduzione letterale, che è fuorviante rispetto al concetto che dovrebbe essere espresso: infatti nella trattazione successiva, che svolge per dimostrazioni geometriche gli assunti delle *definizioni*, non c'è traccia della notazione  $\mu\epsilon\gamma\epsilon\theta\acute{\omega}\nu \mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\omega\nu$  (= lat. *magnitudinum immensarum*) . Quindi l'interpretazione latina documenta uno stadio della tradizione in cui il testo greco, preso a modello, era già corrotto. Inoltre questa interpretazione sembrerebbe addirittura indicare e svolgere il concetto di una misura rettilinea di queste grandezze, mentre in realtà, come si vedrà, si tratta della valutazione della misura angolare fra linee dritte che partano da uno stesso vertice identificato nell'occhio. Sembra piuttosto evidente che in questo punto il testo presenti una probabile corruzione: questo fatto aveva opportunamente segnalato Heiberg ( p. XXIX), recependo la corruzione di questo luogo fra i numerosi altri passi corrotti, che sembrano di difficile restituzione <sup>5</sup>.

Intanto, per la storia dell'esegesi, occorre precisare alcuni fatti. La conoscenza dell'Euclide genuino cessa di fatto con la fine del Medioevo; con il Rinascimento la recensione di Teone sostituisce l'Euclide genuino, e quindi si considera come dottrina euclidea la recensione di Teone <sup>6</sup>. Solo nell'Ottocento, soprattutto grazie agli studi di Heiberg, si recupera e si colloca nella giusta dimensione il rapporto fra l'Euclide genuino e la recensione di Teone <sup>7</sup>. Quindi, per il problema esegetico in discussione, dovremo utilizzare contributi non molto lontani nel tempo, e poco numerosi, essendo la bibliografia euclidea concentrata soprattutto su questioni attinenti lo studio degli *Elementa*

---

<sup>4</sup> Questa interpretazione latina, posta a fronte del testo greco, si basa essenzialmente sul cod. D del XIV sec. (il testo con varianti di scarso rilievo è trasmesso anche dai codd. L M); la traduzione sembra condotta, per qualità degli errori, su un modello greco affine ai nostri codd. superstiti (ved. Heiberg, pp. XV-XVI, XXXII- XL). Per uno studio dettagliato sulle divergenze fra tradizione latina medievale e manoscritti greci dell'*Optica* ved. W.R. Theisen, *Liber de visu. The Greek-Latin translation of Euclid's Optics*, << Mediaeval Studies >> XLI 1979, pp. 44-105.

<sup>5</sup> Il Lejeune ( cit. p. 38 nt. 1 ) segnala la divergenza fra testo di Euclide e recensione di Teone, ma assume una posizione strana in merito alla questione. Dal momento che egli giunge all'affermazione che qui traduco: << Teone altera la fine di questa definizione, introducendovi l'idea di spazi intermedi tra i raggi visivi >>, sembrerebbe liberare da errori il testo di Euclide: fatto di per sé improbabile, come hanno ben visto Heiberg e Ver Eecke ( ved. rispettivamente sopra e avanti).

<sup>6</sup> Ved. Heiberg pp. XLI-XLIII; e Ver Eecke, cit., pp. XXXVI-XLVI. Quindi di nessuna utilità sono le traduzioni di B. Zambertus (Venetiis 1505 / Basileae 1546), di I. Pena ( Parisiis 1557), di I. Danti (Firenze 1623 ), di R. Freart de Chatelou ( Au Mans 1663 ), di D. Gregorius (Oxonii 1703 ): queste interpretano il testo della recensione di Teone.

<sup>7</sup> Ved. I.L. Heiberg, *Litterargeschichtliche studien über Euklid* , Leipzig 1882 ( in particolare cap. IV. Die Optik und Katoptrik, e pp. 133-9 ); cfr. H. Weissenborn, *Zur optik des Eukleides*, << Philologus >> XLV 1886, pp. 54-62.

La traduzione di G. Ovio è questa : << i raggi emessi dall'occhio procedono per via diritta >> <sup>8</sup>. Questa interpretazione è per noi del tutto inutile, in quanto è limitata alla prima parte del testo della *definizione* e sembra contaminare il testo parallelo della recensione di Teone. Il fatto è però significativo, in quanto dà sicuro indizio della difficoltà di interpretare la parte finale della *definizione*, come è trasmessa dai codici, in modo coerente con la dottrina euclidea. D'altra parte l'Ovio ( p. 22 ), nel commentare sbrigativamente questo passo, non dà alcuna giustificazione che spieghi questo singolare modo di procedere.

La traduzione di P. Ver Eecke (cit. p. 1) è questa: << supponons que les lignes droites qui émanent de l'oeil se propagent à divergence des grandes grandeurs >>. Il traduttore, a causa della difficoltà intrinseca al testo tradito, è sollecitato a precisare in nota: << L'expression μεγεθῶν μεγάλων... ne doit pas être pris dans le sens que les rayons visuels s'écartent à l'intervalle des grandeurs indéfinies; car ce sens ne sera appliqué dans aucune proposition du traité. On verra d'ailleurs plus loin, dans la *Recension* de Théon, que cette première hypothèse est modifiée en disant que les rayons visuels se propagent en faisant entre eux " quelque " divergence >> ( p.1 nt. 2).

Come si vede, la nota di commento prende atto della difficoltà, mostra la notevole diversità di concetto fra il testo della prima *definizione* e della concorrente *definizione* nella recensione di Teone, ma non tenta di suggerire, sul piano testuale, alcuna soluzione per sanare l'aporia così evidente. Piuttosto interessante è invece un'altra osservazione del Ver Eecke. Egli sembra sospettare, in modo implicito (se ben comprendo il dettato dell'affermazione), che, nell' enunciato di questa *definizione*, sia ammissibile il concetto di variabilità angolare in rapporto alla variabilità della grandezza delle cose oggetto della visione ( infatti i raggi visivi emanando dall'occhio si propagano per linee dritte << qui divergent de manière à embrasser sous leur angle une grandeur regardée >> [ p. XIV]). Proprio questa idea della variabilità angolare sembra essere la linea di approccio, più opportuna e coerente, per tentare di approdare a una esegesi plausibile del testo in discussione.

La traduzione di H. E. Burton è questa : << Let it be assumed that lines drawn directly from the eye pass through a space of great extent >> <sup>9</sup>. Come si vede, si tratta di una interpretazione in linea con il testo presentato da Heiberg: questa lascia irrisolto il problema sollevato dall'espressione posta in caso genitivo con la quale si chiude la *definizione* . D'altra parte la mancanza di note di commento non consente di precisare se H.E. Burton abbia piena consapevolezza dell'aporia presente nel passo.

Di nessuna utilità, o addirittura fuorviante, è quanto afferma C.E. Papanastios, nel riassumere il pensiero e la teoria di Euclide nel campo dell' ottica: << ... λέγει ὅτι αἱ ὀπτικάι ἀκτῖνες μεταδίδονται εὐθυγράμμως καὶ εἰς ἄπειρον

---

<sup>8</sup> Ved. G. Ovio, *L'Ottica di Euclide*, Milano 1918, p. 21.

<sup>9</sup> Ved. H.E. Burton, *The Optics of Euclid*, << Journal of the Optical Society of America >> 35 (1945 ), p. 357. Per la traduzione di T. Heath (anche questa poco utile) ved. Avanti, nt. 19.

ἀπόστασιν...>><sup>10</sup>. L'espressione (da me sottolineata) sembrerebbe considerare lo svolgimento rettilineo (e all'infinito) delle linee dritte aventi come vertice l'occhio, mentre in realtà, come si è già accennato, la considerazione geometrica di Euclide sembra riferirsi alla divergenza angolare formata dalle linee dritte medesime. Tale divergenza angolare, e aggiungo la sua variabilità, spiegano fatti diversi legati al fenomeno della visione. In particolare poi il concetto di uno svolgimento all'infinito dei raggi visivi contrasta con il concetto espresso dalla terza definizione e dalla dimostrazione del terzo problema, cioè la visione di qualunque oggetto avviene a una distanza determinata, oltrepassata la quale, l'oggetto non è più visibile.

Intanto è opportuno fare un'osservazione preliminare. Il testo delle sette *definizioni* che introducono l'*Ottica* di Euclide è perfettamente identico, nei codici, alle sette *definizioni* che precedono la recensione di Teone, tranne che per due particolari. La prima *definizione*, come si è visto, presenta un testo diverso nella forma, ma coerente per il concetto (Eucl.... τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἐξαγομένας εὐθείας γραμμὰς ... ; Teone ... τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ὄψεις κατ'εὐθείας γραμμὰς...); incompatibile è solo nella parte finale, che qui è in discussione. La seconda è caratterizzata da una sola lezione divergente di poco conto: ἐν τῷ ὀμματι (Eucl.), πρὸς τῷ ὀμματι (Teone).

La quasi perfetta identità del testo potrebbe rendere ancora più strana la divergenza nella parte finale della prima *definizione* fra la redazione originaria di Euclide e quella della recensione di Teone. Inoltre mentre la redazione di Teone ha, sul piano dell'esegesi, una sua coerenza, quella euclidea presenta un'evidente aporia ed è in contrasto con i concetti espressi nelle successive dimostrazioni, come ha segnalato il Ver Eecke (ved. sopra). Questo fatto, preso in sé, potrebbe non avere valore di sorta, in quanto in numerosi punti il testo dell'Euclide genuino e la recensione di Teone divergono sostanzialmente, come ha opportunamente segnalato Heiberg<sup>11</sup>.

Resta comunque il problema che il concetto generale espresso dal testo euclideo non è spiegabile e non è coerente con la dottrina dell'autore. A questo punto l'esegeta deve almeno sospettare della correttezza del testo nella tradizione euclidea ed indicare, se è possibile, una via per sanarlo. Poiché il genitivo μεγεθῶν μεγάλων è il punto di totale divergenza con la redazione di Teone e questo genitivo è di nessun significato per la dottrina euclidea, proprio qui bisogna intervenire, prendendo atto di una insanabile aporia e apponendo la crux, oppure, se è possibile, tentando un emendamento minimo e sufficiente, che dia una qualche chiarezza esegetica al passo.

Il testo, nella forma tràdita, sembra consentire all'esegeta alcune vie di approccio, diverse tra loro. Per prima cosa si può considerare l'ipotesi che l'errore ravvisabile in μεγεθῶν μεγάλων sia molto antico, e forse anteriore alla recensione di Teone: in questo caso Teone, con la diversa struttura della frase, avrebbe dato alla prima

---

<sup>10</sup> Ved. C.E. Papanastasio, *Αἱ θεωρίαι τῶν ἀρχαίων περὶ τῆς ὀράσεως καὶ τῆς φύσεως τοῦ φωτός*, << Πλάτων >> I 1949, p. 220.

<sup>11</sup> Ved. Heiberg pp. XXX-XXXI. Si tratta di casi di diversa tipologia: alcune 'proposizioni' sono più o meno mutate, altre abbreviate, o omesse, oppure raramente interpolate.

*definizione* un senso possibile e compatibile con la generale dottrina euclidea, quale si deduce dalle successive *definizioni*. Oppure si deve considerare l'errore come avvenuto in fase successiva alla redazione della recensione di Teone: in questo caso la redazione di Teone potrebbe essere di guida per il recupero del concetto ravvisabile nel testo originario di Euclide. Ma esiste una terza ipotesi da non trascurare, cioè il testo di Euclide e quello di Teone erano in origine strutturalmente diversi, come diversi sono i due testi in altri punti: in questo caso la recensione di Teone non servirebbe per recuperare la struttura del probabile testo originario di Euclide, ma sarebbe utile per la verifica del concetto da recuperare.

Data questa situazione esegetica, come si è detto, l'unica via possibile per il recupero del testo sarebbe quella di intervenire su  $\mu\epsilon\gamma\epsilon\theta\tilde{\omega}\nu \mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\omega\nu$ , con un emendamento minimo e sufficiente, che consenta di avere un testo che sia coerente, almeno per il concetto, con il parallelo testo di Teone. Se tale operazione fosse possibile, la questione esegetica avrebbe una soluzione plausibile. Le vie dell'emendamento quindi potrebbero essere diverse, se si assumesse come probabile l'ipotesi di un errore di maiuscola e di aplografia; e le soluzioni possibili potrebbero essere queste:

Eucl. a) ... διάστημα μεγεθῶν μέγ' ἀλ<λοί>ων, << con una divergenza (angolare) di ampiezze molto diverse >><sup>12</sup>

Eucl. b) ... διάστημα μεγεθῶν μέγ' ἀ<π'ἀλλή>λων, << con una divergenza (angolare) di ampiezza notevole tra l'una e l'altra >>

Eucl. c) ... διάστημα μεγεθῶν μέτ' ἀ<λλή>λων, << con una divergenza di grandezze tra l'una e l'altra >><sup>13</sup>

Teone ... διάστημά τι ποιούσας ἀπ'ἀλλήλων, << formando una qualche divergenza tra l'una e l'altra >>.

<sup>12</sup> Il nesso μέγα + aggettivo, come forma 'alternativa' di superlativo, rappresenta una normale struttura linguistica: ved. Omero, Il. II 480, Od. IX 44; Erodoto, I 32,5; VII 190; Euripide, Hec 493; ecc. Per l'aggettivo ἀλλοῖος in linguaggio geometrico ved. ad es. Aristotele, *Probl.* 15, 4, 911 a 7-8 (...ὅτε μὲν τρίγωνα ὅτε δὲ τραπέζια ὅτε δὲ ἀλλοῖα ἐδόκει ἡ γῆ μέσον ἡμῖν...). Il concetto desumibile dall'espressione così ricostruita sembra abbastanza plausibile: a questa espressione generica va collegata la nozione di angoli uguali e disuguali (ancora, in questa fase, necessariamente indistinta), di cui si serve Euclide nella successiva dimostrazione geometrica del fenomeno visivo per spiegare le modalità diverse della visione.

<sup>13</sup> In questo caso la preposizione μετά avrebbe il suo valore originario ( << in mezzo a , tra >> ), che in seguito tende a obliterarsi e a coincidere con σύν, specialmente in attico ( ad es. Arist. *Probl.* 16, 953 b 31-2 καὶ ὀρθῶς Διόνυσος καὶ Ἀφροδίτη λέγονται μετ' ἀλλήλων εἶναι). Sul valore della preposizione ved. Chantraine, DELG s.v. μετά; esempi chiari del valore etimologico della preposizione sono ad es.: μεταίχμιον, μετακύμιον, μεταμάζιον ( e tale valore è riflesso nelle glosse di Esichio: a 991, 1000, 1017 Latte ).

Come si vede, i tre diversi emendamenti sembrano essere in linea con il dettato della recensione di Teone. Anzi la soluzione a sembrerebbe precisare meglio, sul piano della fisiologia dell'occhio, il concetto anticipato nelle *definizioni* successive e dimostrato poi nei problemi circa la variabilità angolare. Appunto in base a questa avviene la visione, cioè le cose sono viste secondo angoli diversi e sotto un numero variabile di raggi visuali; dalla prima variabilità dipende la grandezza apparente degli oggetti, dalla seconda l'accuratezza della visione (ved. parte II):

def. 4. : << le cose viste secondo un angolo maggiore appaiono più grandi, minori quelle viste secondo un angolo minore, uguali quelle secondo angoli uguali >>;

def. 7. : << le cose viste sotto un numero maggiore di angoli appaiono più nitide >>.

Sembra del tutto lecito pensare che la prima *definizione* così ricostruita abbia una sua plausibilità; sembra difficile però al filologo operare una scelta fra le tre opzioni possibili.

\*\*\*

La prima delle *definizioni* (ὄροι) dell'*Ottica* di Euclide e le interpretazioni e le critiche cui ha dato luogo nei secoli meritano un attento esame, non solo per gli elementi che se ne possono trarre sul problema del recupero della parte finale del testo, ma anche perché mostrano particolarmente bene la distorsione con cui la tradizione risalente all'epoca imperiale ci ha conservato il ricordo della scienza ellenistica e l'esigenza di ridiscutere in termini nuovi il suo rapporto con la scienza moderna.

Notiamo innanzitutto che il significato attribuito al termine διάστημα nella prima parte (dovuta a S.M. Medaglia) di questo lavoro, cioè quello di *intervallo angolare* tra quelle che negli ὄροι successivi saranno chiamate ὄψεις (ossia *raggi visuali*) sembra difficilmente contestabile. Questa interpretazione (già adottata anche dal Ver Eecke) segue infatti dalle considerazioni che essa è compatibile con il testo tradito<sup>14</sup>, che altrimenti l'affermazione di Euclide apparirebbe povera di significato, e che nel successivo settimo ὄρος si presuppone che le ὄψεις formino un insieme discreto: una proprietà che è implicata dall'esistenza di intervalli angolari tra un raggio e l'altro e che non è affermata in alcun altro luogo intermedio. Il significato di *intervallo angolare* del termine διάστημα è d'altra parte inequivocabile nella recensione di Teone; gli studiosi che hanno ritenuto che il termine si riferisse ad una distanza lineare sono stati certamente indotti a tale interpretazione dai due genitivi

---

<sup>14</sup> Riguardo all'uso del termine διάστημα per intervalli angolari, ricordiamo che alcuni avevano definito l'angolo (γωνία) come τὸ ὑπὸ τὴν κλίσιν πρῶτον διάστημα; tale definizione è ricordata da Sesto Empirico (Adv. Math., III, 104).

che chiudono la frase: la loro interpretazione è quindi una conseguenza della corruzione (già riconosciuta da Heiberg) del testo euclideo.

Euclide assume quindi sin dall'inizio della sua opera che i *raggi visuali* uscenti dall'occhio formino un insieme discreto, con una distanza angolare reciproca finita. Poiché questa ipotesi fu abbandonata già da Tolomeo, che considera un continuo di raggi, non è strano che la traduzione latina che corredata l'edizione di Heiberg travisi il testo, attribuendo al termine διάστημα il significato di distanza lineare. Anche l'assunzione che i *raggi visuali* provengano dagli occhi fu criticata, nell' XI secolo, da Ibn Al-Haytham e fu da allora abbandonata.

Giuseppe Ovio (che non è stato né un filologo né principalmente uno storico della scienza, ma innanzitutto un valoroso studioso di ottica fisiologica <sup>15</sup>) nel commento alla sua traduzione, già citata, dell'*Ottica* di Euclide (del 1918) scrive:

*In questi due libri di ottica, cui si attribuisce il nome di Euclide, ..., è ammessa ... quella teoria della visione, secondo la quale i raggi visivi partirebbero dall'occhio e andrebbero agli oggetti. Oggidì, come è noto a tutti, questa teoria non è più sostenibile, ammettendosi invece il cammino inverso dei raggi, cioè dagli oggetti all'occhio.* <sup>16</sup>

*Secondo Euclide i raggi visivi starebbero a qualche distanza fra loro. Questa opinione fa oggi sorridere, ...* <sup>17</sup>

*La visione sui vari punti dell'oggetto guardato è continua; lacune fra i singoli raggi non ve ne sono.* <sup>18</sup>

Thomas Heath, nella sua storia della matematica greca (che costituisce ancora il principale punto di riferimento sull'argomento) afferma, analogamente, che il primo degli ὄροι di Euclide

*embodies the same idea of the process of vision as we find in Plato, namely that it is due to rays proceeding from our eyes and impinging upon the object, instead of the other way about;*

poco oltre Heath scrive:

*Euclid assumed that the visual rays are not 'continuous', i.e. not absolutely close together, but are separated by a certain distance, and hence concluded, in Proposition 1, that we can never really see the whole of any object, though we seem*

---

<sup>15</sup> Cfr. in particolare G. Ovio, *Visione dei colori* (Milano, 1927) ed i lavori lì citati in bibliografia.

<sup>16</sup> G. Ovio, *L'Ottica di Euclide*, cit., p.1.

<sup>17</sup> Ivi, p.15.

<sup>18</sup> Ivi, p. 38.

*to do so. Apart, however, from such inferences as these from false hypotheses, there is much in the treatise that is sound.* <sup>19</sup>

Le critiche di Ovio e di Heath ripetono fedelmente quelle di Tolomeo e di Ibn Al-Haytham e sono state condivise, fino alla metà del XX secolo, da tutti i moderni scienziati e storici della scienza (non molti, per la verità) che si sono interessati all'opera euclidea: ad esempio da Ver Eecke e da Heiberg, nelle opere già citate, da Enriques e de Santillana <sup>20</sup> e da Ronchi <sup>21</sup>.

È abbastanza impressionante prendere atto del fatto che la critica di Ibn Al-Haytham sia stata accettata unanimemente per quasi un millennio prima che Albert Lejeune arrivasse a comprendere, per primo, che la scelta di Euclide di considerare il cono dei raggi uscenti dall'occhio non era stata errata, ma anzi assolutamente necessaria: mentre infatti per ottenere un modello matematico della visione non è importante scegliere un verso di percorrenza su ciascun raggio, è essenziale che l'insieme dei raggi abbia l'origine nell'occhio; un cono di raggi uscenti dall'oggetto osservato non avrebbe infatti alcuna relazione con la percezione visiva <sup>22</sup>. Come in altre occasioni, anche in questo caso, mentre gli scienziati ellenistici avevano costruito un modello per spiegare i φαivόμενα, cioè le percezioni dell'osservatore, la scienza moderna, fino al XX secolo, pur mantenendo la terminologia greca, aveva trasformato i *fenomeni* in fatti oggettivi, nei quali il ruolo dell'osservatore era ignorato <sup>23</sup>.

Le affermazioni iniziali di una teoria scientifica (che vengano chiamate assiomi, postulati, principi oppure, come in questo caso, ὄροι non è evidentemente rilevante) non possono essere verificate o falsificate direttamente con delle osservazioni, poiché riguardano enti teorici, non direttamente osservabili (come, ad esempio, le rette degli Elementi, le ὀψεις dell' Ottica o le funzioni d'onda della moderna meccanica quantistica). La validità della teoria può essere controllata solo confrontando i fatti sperimentali con le affermazioni sui fenomeni deducibili, con il metodo dimostrativo, dai principi teorici; si può così valutare non la verità o falsità del singolo principio, ma l'applicabilità della teoria nel suo insieme. I postulati dell'opera più famosa di Euclide, gli *Elementi*, ad esempio, non sono né veri né falsi,

---

<sup>19</sup> T. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, 1921, vol. 1, pp. 441-442. La traduzione di Heath della prima definizione è: *the straight lines (rays) which issue from the eye traverse the distances (or dimensions) of great magnitudes*. Anche l'interpretazione di Heath, come quella di altri autori moderni già citati, coincide quindi con quella dell'anonimo autore della traduzione latina edita da Heiberg; l'affermazione che i raggi visuali per Euclide non formano un continuo è dedotta dal seguito del testo dell' opera.

<sup>20</sup> F. Enriques, G. de Santillana, *Storia del pensiero scientifico. Il mondo antico*, Bologna, 1932.

<sup>21</sup> V. Ronchi, *Storia della luce*, Bologna, 1939.

<sup>22</sup> A. Lejeune, cit. Naturalmente il considerare il cono dei raggi con il vertice nell'occhio non ha nulla a che vedere con il verso della propagazione della luce: un argomento mai sfiorato nel testo di Euclide.

<sup>23</sup> Per un altro esempio dello stesso slittamento metodologico, cfr. la discussione sui planetari mobili contenuta in L. Russo, *The astronomy of Hipparchus and his time: a study based on pre-Ptolemaic sources*, "Vistas in Astronomy", vol. 38, pp. 207-248, 1994.

ma debbono la loro utilità (e la loro fortuna millenaria) alla possibilità di costruire sulla loro base un modello scientifico delle proprietà geometriche dei corpi rigidi. Mentre però nel caso della geometria il lungo lavoro scientifico risalente alla fine del secolo XVIII, in particolare con lo sviluppo delle geometrie non-euclidee, aveva chiarito il significato logico dei postulati, sembra che l'interesse di gran lunga minore dedicato all'*Ottica*, congiunto alla tendenza a retrodatare all'epoca ellenistica la distinzione metodologica, allora assente, tra "matematica" e "fisica", avesse impedito di estendere le stesse conclusioni a questa seconda opera, occultando così la reale omogeneità metodologica dei due scritti di Euclide. Abbiamo visto, ad esempio, che Ovio e Heath, senza chiarire il ruolo delle ὄψεις all'interno della teoria di Euclide e senza sospettare che potesse non trattarsi esattamente degli stessi oggetti studiati dall'ottica moderna, avevano giudicato *false* (quando non addirittura risibili) le ipotesi di Euclide concernenti le ὄψεις perché diverse dalle affermazioni sui raggi accettate dalla scienza moderna.

La scelta di Euclide di considerare raggi visuali con distanza angolare reciproca finita, a differenza della sua affermazione sull'origine dei raggi, ha continuato ad essere respinta come falsa anche da Lejeune e dagli studiosi successivi. Le considerazioni precedenti suggeriscono che anche questa seconda ipotesi possa divenire comprensibile se si evita di confondere l'antica ὀπτική con la moderna *ottica*, se cioè non si dimentica che Euclide aveva costruito un modello della percezione visiva e non della propagazione della luce.

Come non ha senso chiedersi se le rette soddisfino realmente il quinto postulato degli *Elementi*, allo stesso modo non ha senso chiedersi se le ὄψεις formino realmente un insieme continuo o discreto: l'alternativa è infatti priva di significato al di fuori del contesto di una teoria che precisi il significato delle ὄψεις, mentre all'interno della teoria euclidea la natura discreta delle ὄψεις, affermata da Euclide fin dalla sua prima definizione, è proprio uno degli elementi che contribuisce a delimitare l'uso euclideo del termine. Non possiamo quindi chiederci se la prima *definizione* di Euclide sia vera o falsa, ma dobbiamo chiederci quali fatti riguardanti la percezione visiva siano spiegabili con la teoria di Euclide.

La prima *definizione* dell'*Ottica*, congiunta alla settima, secondo la quale gli oggetti sono visti in modo tanto più accurato (ἀκριβής) quanti più sono i raggi che lo colpiscono, permette in effetti di spiegare in modo semplice la limitatezza del potere risolutivo dell'occhio umano; dalle affermazioni di Euclide si può dedurre, in particolare, che allontanando un oggetto esso apparirà non solo più piccolo, ma anche meno ricco di particolari; circostanza fenomenologicamente evidente, ma non facilmente spiegabile con una teoria continua della visione.

L'origine dell'idea della struttura discreta dei raggi visuali può essere plausibilmente individuata alla luce dei probabili rapporti esistenti nel primo periodo ellenistico tra ottica ed oftalmologia. L'esistenza di tali rapporti è suggerita da vari elementi: la contemporaneità della nascita della teoria scientifica dell'ottica e dello studio del corpo umano basato sulla dissezione; alcuni accenni dello stesso Euclide <sup>24</sup>

---

<sup>24</sup> Euclide accenna, in particolare, alla rapidità dei movimenti dell'occhio (*Ottica*, prop.1).

e di Archimede <sup>25</sup>; la conoscenza della scienza euclidea mostrata da Erofilo di Calcedonia, che, oltre ad essere il fondatore dell'anatomia alessandrina, è stato anche, per quanto ne sappiamo, il primo studioso che avesse scritto un trattato specialistico di oftalmologia. Erofilo mostra di condividere con Euclide, in particolare, sia la terminologia relativa ai rapporti razionali ed irrazionali <sup>26</sup> sia l'idea che sia percepibile solo il moto relativo tra osservatore ed oggetto osservato <sup>27</sup>. Poiché Erofilo è con ogni probabilità un contemporaneo di Euclide <sup>28</sup>, si può pensare che Euclide non ne ignorasse i fondamentali risultati ottenuti in fisiologia. Tra questi risultati vi erano la scoperta dei nervi <sup>29</sup>, la loro classificazione in nervi sensori e motori, la descrizione del nervo ottico <sup>30</sup> e la descrizione della struttura reticolare della retina (come si può dedurre dal nome ἀραχνοειδής datole da Erofilo <sup>31</sup> e sostanzialmente conservato finora).

Se i *raggi visuali* di Euclide vengono prolungati, al di là della pupilla, fino alla parete opposta del globo oculare, diviene evidente che la loro natura discreta equivale alla natura discreta degli elementi della retina capaci di partecipare alla visione. Si capisce allora come si trattasse di un'ipotesi facilmente suggerita dalle scoperte della fisiologia alessandrina, in particolare dalla struttura ovviamente discreta delle terminazioni nervose (sia di quelle visibili che di quelle ipotizzabili) e dalla struttura reticolare della retina. Naturalmente nella tarda antichità l'idea di Euclide non poteva non essere abbandonata insieme con le conoscenze fisiologiche che l'avevano probabilmente suggerita, anche per la successiva bimillennaria assenza di modelli matematici di processi fisiologici.

Notiamo esplicitamente che dal punto di vista della scienza contemporanea l'idea di Euclide (nonostante il parere contrario di tanti storici della scienza) è sostanzialmente valida. È infatti certamente vero che l'informazione trasmessa al cervello dall'occhio è costituita da un insieme finito di messaggi, ciascuno riguardante una piccola parte dell'immagine che si forma sulla retina, e che tale informazione è tanto più ricca quanti più sono gli elementi della retina (o, il che è lo stesso, le ὄψεις corrispondenti) partecipanti alla visione. Naturalmente occorrono

---

<sup>25</sup> Nell'*Arenario*, in particolare, Archimede, prima di discutere un metodo per misurare la grandezza apparente del Sole, stima l'errore dovuto all'assunzione di un occhio puntiforme, misurando preliminarmente il diametro della pupilla.

<sup>26</sup> Cfr. Rufo Efesio, *Synopsis de pulsibus*, 4, 223-5 [Daremborg-Ruelle]. Il passo è incluso come test. 177 in H. von Staden, *Herophylus. The Art of Medicine in Early Alexandria*, Cambridge, 1989 (d'ora in poi [von Staden]).

<sup>27</sup> Galeno, *De causis procatarcticis*, 16. 197-204 (= test. 59a [von Staden]); Euclide, *Ottica*, prop. 51.

<sup>28</sup> Questa circostanza è opportunamente sottolineata in [von Staden] sin dal risvolto di copertina, anche se nel corso dell'opera il problema di eventuali interazioni tra i due scienziati non è affrontato.

<sup>29</sup> Che tale scoperta risalga ad Erofilo è stato mostrato per la prima volta in F. Solmsen, *Greek philosophy and the discovery of the nerves*, "Museum Helveticum", 18, 1961. L'argomento è discusso in [von Staden], pp. 159-160.

<sup>30</sup> Cfr [von Staden], test. 82, 84, 85.

<sup>31</sup> Cfr [von Staden], test. 88, 89.

modelli di maggiore complessità se si intendono descrivere fenomeni più complessi; le affermazioni iniziali assunte da Euclide non sono sufficienti, ad esempio, per spiegare la percezione dei colori o la visione tridimensionale (né viene presa in considerazione la messa a fuoco operata dal cristallino); il semplice modello euclideo è tuttavia sufficiente per rendere conto della fenomenologia descritta nell'opera di Euclide: in particolare l'ipotesi della struttura discreta dei raggi è sufficiente per dedurre una teoria, potenzialmente quantitativa, del potere di risoluzione dell'occhio.

Le considerazioni svolte finora possono fornire un aiuto nella ricerca del possibile significato racchiuso originariamente nella parte finale della prima *definizione*, dove la lezione trasmessa dai codici, con i genitivi  $\mu\epsilon\gamma\epsilon\theta\acute{\omega}\nu \mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\omega\nu$ , appare chiaramente corrotta.

La congettura più semplice è certamente quella che le ultime parole specificassero semplicemente che i raggi visuali formano gli intervalli considerati *tra loro*, come sarebbe implicato dalla possibilità c considerata da Medaglia. La frase originale sarebbe stata però così semplice e chiara e allo stesso tempo così vicina alla tarda formulazione di Teone da non rendere probabile (anche se certamente possibile) la sua corruzione in un testo di difficile comprensione. La corruzione del testo euclideo e la sua divergenza dal semplice testo di Teone divengono invece facilmente comprensibili se si suppone che la frase originale contenesse un'ulteriore affermazione, non più compresa, sugli intervalli che separano i raggi e non si limitasse ad affermarne la mera esistenza. Quale proprietà avrebbe potuto essere menzionata?

La possibilità che si affermasse che tali intervalli sono tutti *grandi* (come seguirebbe dalla possibilità b di emendamento e come assume Ver Eecke nella sua traduzione) non mi sembra convincente. Si tratta dei più piccoli angoli formati tra un numero enorme di linee uscenti dall'occhio. Euclide tra poco (nella proposizione 1) si preoccuperà di spiegare come mai tali intervalli esistono pur non essendo direttamente percepibili (evidentemente per la loro piccolezza). Perché affermare preliminarmente che sono *grandi*? Rispetto a quale scala di grandezze?

Vi è un'altra proprietà degli intervalli angolari tra i raggi visuali che corrisponde molto meglio ai dati della percezione. Esaminando, come fa Euclide, la diversa accuratezza con cui gli oggetti sono visti, non è difficile notare che gli oggetti osservati al centro del campo visivo sono visti con una ricchezza di particolari che non appare se lo stesso oggetto è visto in una regione laterale <sup>32</sup>. Volendo introdurre questa difformità nel modello matematico euclideo occorre supporre una distribuzione non omogenea delle  $\acute{\omicron}\psi\epsilon\iota\varsigma$ ; bisogna cioè supporre che gli intervalli angolari tra raggi prossimi siano *molto diversi* nelle diverse regioni del "cono visivo" (possibilità a).

---

<sup>32</sup> Ciò dipende, secondo la scienza contemporanea, dal fatto che la sensibilità della retina è massima nella regione detta fovea centrale, con un diametro di pochi decimi di millimetro (che è la sola utilizzabile, ad esempio, per la lettura), intermedia nella regione circostante (macula lutea) e minima nella regione esterna.

Un rilevante indizio che in epoca ellenistica il fenomeno accennato avesse effettivamente influenzato la formulazione dei principi della scienza dell'ottica è fornito da Teone. Nell'introduzione alla sua recensione dell'*Ottica* di Euclide sono citate infatti le seguenti interessanti osservazioni. Se si cerca con lo sguardo un ago caduto sul pavimento, in genere non si riesce a vederlo subito, anche se si trova all'interno del campo visivo; l'ago viene individuato solo quando si dirige lo sguardo esattamente nella sua direzione, se cioè esso viene posto al centro del "cono visivo". Analogamente nella lettura dobbiamo seguire con l'occhio il testo scritto, in modo da porre le lettere che via via vengono lette sempre al centro del cono visivo. La prefazione di Teone attribuisce queste osservazioni ad Euclide stesso, che le avrebbe citate nell'insegnamento orale, proprio per illustrare l'affermazione sugli intervalli presenti tra i raggi visuali (cioè per illustrare la prima definizione); si trattava quindi di osservazioni all'epoca di Teone non nuove, ma contenute in scritti tradizionalmente fatti risalire alle lezioni di Euclide. Nella introduzione di Teone gli esempi sono citati solo per illustrare la natura discreta delle ὄψεις; usando il modello euclideo, si spiega cioè che l'ago e le lettere sfuggono allo sguardo quando non intercettano alcuno dei *raggi visuali*, trovandosi in un intervallo tra un raggio e l'altro. È però chiaro che se si vogliono spiegare veramente i fenomeni descritti all'interno dello schema euclideo occorre un'ulteriore ipotesi: non basta che la distribuzione dei *raggi* sia discreta, ma occorre anche supporre che essa non sia uniforme, ma più fitta al centro del cono; non si capirebbe altrimenti perché l'ago e le lettere non sfuggono più quando lo sguardo viene rivolto nella loro direzione. Se l'introduzione di Teone conserva realmente il ricordo di una formulazione dell'*Ottica* contenente questa ulteriore ipotesi, essa avrebbe potuto ragionevolmente essere inserita nella prima delle *definizioni*, subito dopo l'affermazione sulla natura discreta dei raggi visuali. La congettura cui siamo così arrivati coinciderebbe con la prima tra le tre possibilità di emendamento considerate nella prima parte di questo lavoro.

Un elemento a favore di tale possibilità è fornito proprio dalla circostanza che nella recensione di Teone è assente sia qualsiasi residuo, nella prima *definizione*, di una informazione ulteriore sugli intervalli tra i raggi visuali oltre la semplice affermazione della loro esistenza, sia la giusta spiegazione degli esempi dell'ago e della lettura. Possiamo infatti dedurre che la convergenza tra la corretta spiegazione in termini euclidei dei due esempi riportati da Teone ed il possibile emendamento del testo di Euclide, per quanto non probante, è comunque indipendente dalla volontà di Teone.

La circostanza che nel seguito dell'*Ottica* l'ipotesi della variabilità degli intervalli angolari tra raggi prossimi non sia mai usata può apparire un grave ostacolo alla congettura avanzata. Si può notare, però, che non è nemmeno mai usata, neppure implicitamente, l'ipotesi opposta, dell'eguaglianza di tali angoli. Se i raggi visuali fossero distribuiti uniformemente nel cono visivo, la maggiore grandezza apparente di un oggetto coinciderebbe con la maggiore accuratezza della sua visione. Euclide usa invece entrambe le nozioni, grandezza apparente ed accuratezza della visione, senza mai sovrapporle; egli infatti afferma che un oggetto è visto più accuratamente quando è visto da più raggi visuali (*definizione 7*) e non quando è visto sotto un

angolo maggiore; quando, in particolare, dimostra che un oggetto è visto più accuratamente quando viene avvicinato all'occhio (proposizione 2), Euclide non si accontenta di osservare che l'angolo sotto cui l'oggetto viene visto diviene maggiore, ma sembra usare la circostanza che il nuovo angolo include l'angolo precedente, cosicché anche i raggi visuali usati divengono un insieme che include propriamente il precedente; la dimostrazione della seconda proposizione sottintende quindi la possibilità che gli intervalli tra raggi prossimi siano di ampiezza variabile.

L'ipotesi di una distribuzione delle ὄψεις non uniforme, ma con densità massima al centro del cono visivo, potrebbe essere stata suggerita, oltre che dalle osservazioni riferite da Teone, anche dall'anatomia dell'occhio. La struttura non omogenea della retina e delle terminazioni nervose che la connettono al nervo ottico è infatti visibile ad occhio nudo. Notiamo, infine, che l'individuazione di un centro più fitto, e quindi più sensibile, della retina (sia che fosse stato riconosciuto nel centro della macula lutea, sia che fosse stato erroneamente confuso con altre strutture) avrebbe reso particolarmente appropriata l'analogia tra retina e ragnatela (ἀραχνοειδής) sulla quale Erofilo aveva basato la scelta del nome: la presenza di un centro più fitto è infatti la principale caratteristica che distingue le ragnatele da altre strutture reticolari (quali, ad esempio, le reti dei pescatori).